



De Juiste Maat

Heleen Verhage
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

In opdracht van De Bijenkorf heeft Hans Freudenthal meegewerkt aan het optimaliseren van confectiematen. Samen met J. Sittig schreef hij er een boek over, getiteld: 'De juiste maat'. Ondanks dat het boek in 1951 verschenen is, en de optimale confectiematen van toen dat nu vast niet meer zijn, heeft de wijze waarop statistiek bedreven wordt met de meetgegevens van 5000 vrouwen volgens Heleen Verhage nauwelijks zijn actualiteitswaarde verloren.

1 Inleiding

In 1951 verscheen bij uitgeverij Stafleu te Leiden het boek 'De Juiste Maat', met als ondertitel 'Lichaamsafmetingen van Nederlandse vrouwen als basis voor een nieuw maatsysteem voor damesconfectiekleding'. Auteurs van dit boek waren J. Sittig, Adviesbureau voor Toegepaste Statistiek en Prof.dr. H. Freudenthal, Rijksuniversiteit Utrecht. Het onderzoek was gehouden in opdracht van N.V. Magazijn De Bijenkorf, Amsterdam.

Kort gezegd komt het erop neer dat in het kader van dit onderzoek bij ruim vijfduizend vrouwelijke klanten van de Bijenkorf vijftien lichaamsmaten zijn opgemeten. Vervolgens is gekeken welke van deze maten het meest bruikbaar zijn om een maatsysteem voor kleding op te baseren. Het eerste deel van het genoemde boek bestaat uit een populaire samenvatting van methoden en resultaten en is onmiskenbaar geschreven door Freudenthal. Dit artikel is grotendeels op dit deel van het boek gebaseerd.

In het boek komen verschillende perspectieven voor: dat van de klant, dat van de verkoper en de inkoper, dat van de confectie-industrie en dat van de wiskundige. De klant wil een eenvoudig maatstelsel en weinig extra kosten in verband met het vermaken van de kleding. De verkoper wil duidelijke instructies hoe de klant de maat te nemen en deze zo goed mogelijk te adviseren. De inkoper wil weten wat er in de rekken moet komen te hangen (aantallen en maten). De confectie-industrie wil produceren tegen zo laag mogelijke kosten en niet met overschotten blijven zitten. De wiskundige wil een model maken waarin bovenstaande zaken verwerkt zijn en wil daarbij bovendien zorgen voor het minimaliseren van fouten.

In dit artikel staat het perspectief van de wiskundige voorop, met hier en daar een uitstapje naar een van de andere perspectieven.

2 Aanleiding van het onderzoek

Eind jaren veertig van de vorige eeuw ontstond er behoefte aan een uniform maatsysteem. Men wilde wel eens af van de veelheid aan systemen die tot dan toe in zwang waren. De Bijenkorf besloot een groot eigen onderzoek op te zetten om tot zo'n maatsysteem te komen. Inspiratiebron was een Amerikaans onderzoek, waarbij van veertienduizend vrouwen de maat was genomen. In augustus 1947 was het zo ver: in de filialen van de Bijenkorf in Amsterdam, Rotterdam en Den Haag werd 'de vrouwelijke clientèle boven de achttien jaar opgewekt haar medewerking te verlenen aan de meetcampagne'. Er deden 5001 vrouwen mee.

3 Het doen van de metingen

Per filiaal werden zes meetsters aangenomen. Dit waren vrouwelijke studenten medicijnen, aangevuld met leerlingen van de kunstacademie. Ze werden geselecteerd op meetvaardigheid en omgangsvormen. Daarnaast kregen ze een training van enkele dagen om te leren hoe de metingen precies uitgevoerd moesten worden. Voor het doen van de feitelijke metingen was er in de filialen een



figuur 1: het opmeten van de taille

opstelling met vier hokjes gemaakt, dit om de privacy van de deelnemers te garanderen. In elk hokje was een meetster aanwezig voor het nemen van enkele maten.

De maten die genomen werden, zijn:

gewicht	mouwlengte
lengte	handomvang
bovenwijdte	vuistomvang
taille	middelvingerlengte
heupomvang	kniehoogte
voorlengte	voetlengte
ruglengte	voetbreedte
rugbreedte	

Freudenthal gaat uitvoerig in op de onvermijdelijke fouten die ontstaan bij het doen van de metingen en hoe daarmee om te gaan. Een citaat:

‘Want - gelukkig - de fouten gedragen zich volgens wetten, en deze wetten behoren sinds anderhalve eeuw tot het arsenaal van de toegepaste wiskunde. Niet de afzonderlijke fout doet ons het plezier aan wetten te gehoorzamen, die is wetteloos. Maar telkens, wanneer het wetteloze zich op grote schaal voordoet, kan de statisticus zijn taak opnemen, vertrouwend op de wetmatigheid van het toeval, de statistiek. Hoe dit mogelijk is - dat pleegt men te illustreren aan een aardig stuk speelgoed - het bord van Galton; (...)’

Waarna Freudenthal uitlegt dat elke laag in het bord van Galton overeenkomt met een mogelijke foutenbron en de vraag die een pin van het bord aan het vallende balletje stelt (*links of rechts?*) vertaald kan worden naar een foutenbron (*te groot of te klein, te veel of te weinig?*).



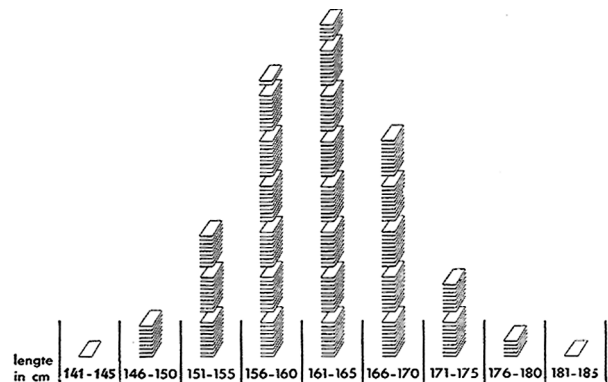
figuur 2: het meten van voetlengte en voetbreedte

4 Resultaten

Eind jaren veertig waren er nog nauwelijks computers, men beschikte alleen over vernuftige tel- en rekenmachines. Het verwerken van alle meetgegevens was daarvoor een hele klus, en het uitvoeren van berekeningen op

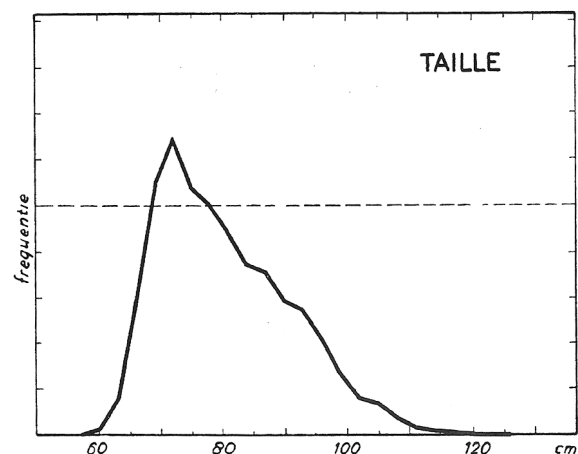
die data al helemaal. Het dragende medium voor de data was de ponskaart (ook wel Hollerithkaart genoemd). De ponskaarten konden verwerkt worden door een sorteermachine. Tot ver in de jaren zeventig zijn ponskaarten in gebruik gebleven voor het doen van girobetalingen. Over het bepalen van de frequentieverdeling van de lengte schrijft Freudenthal heel beeldend:

‘Aan de hoogte van de stapel die bij een bepaalde lichaamslengte ligt, zie ik hoe frequent die lengte is, en de gevellijn van die hele rits kaartenstapels heet daarom de frequentiekromme van de lichaamslengte.’



figuur 3: elk ponskaartje stelt 20 gemeten vrouwen voor; elk stapeltje van 10 kaartjes stelt 200 gemeten vrouwen voor

De frequentieverdeling van de lengte ziet er aardig symmetrisch uit. Heel anders is dat bij de taille. De verdeling van de taille is asymmetrisch, en wel scheef naar rechts, zoals dat in vaktermen heet.



figuur 4: frequentieverdeling van de taille

Ook de maten gewicht en heupomvang hebben een dergelijke asymmetrische verdeling. Het blijkt dat de vijftien lichaamsmaten opgedeeld kunnen worden in twee groepen: lengtematen en diktematen. De lengtematen hebben een symmetrische verdeling en worden in de eerste plaats bepaald door het beenderstelsel. De diktematen zijn asymmetrisch en worden naast het beender-

stelsel ook bepaald door spieren en vetlagen. Freudenthal zegt het weer veel mooier:

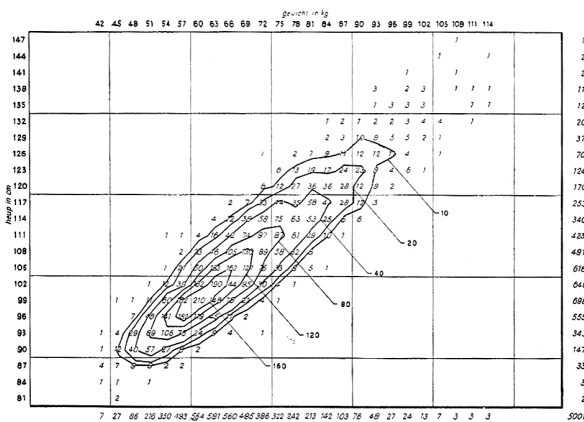
‘Wij constateren dus het feit, dat bij de maten van het been-derensstelsel afwijkingen van het gemiddelde naar beide kanten ongeveer even frequent zijn - de frequentiekromme is symmetrisch -, dat daarentegen in alle kwesties van gewicht en corpulentie een uitgesproken voorkeur heerst voor afwijkingen naar de kant van het stevig.’

5 Samenhang tussen variabelen

De ponskaarten kunnen ook naar twee kenmerken tegelijk geordend worden:

‘Wij krijgen dan niet één rij stapels met als gevellijn een normale kromme, maar een rij rijen, op een tafel gerangschikt.’

Als gesorteerd wordt naar gewicht en heupomvang en vervolgens stapels van gelijke hoogte met elkaar verbonden worden, ontstaat een soort van langgerekte heuvelrug.



figuur 5: spreidingskaart gewicht (horizontaal) versus heupomvang (verticaal) met hoogtelijnen

Freudenthal geeft er een beeldende beschrijving van:

‘... ‘komt u in de buurt van het gemiddelde gewicht of de gemiddelde heupomvang, dan stuit u op stapels van 100-200 kaarten. 210 vrouwen met een gewicht van 60 kg en een heupomvang van 99 cm, dat is dan de top van het kaartengebergte, dat naar het NW weer steil afvalt, naar het ZW minder steil en naar het NO langzaam glooiend uitloopt tot naar de zeldzame gevallen toe, zoals een enkele heupomvang van 147 cm bij een gewicht van 108 kg en een heupomvang van 144 cm bij een gewicht van 114 kg ...’

De vijftien kenmerken vertonen onderling een wisselende mate van samenhang, die twee aan twee uitgedrukt kan worden in een correlatiecoëfficiënt. Zo blijkt de correlatie tussen gewicht en heupomvang 0,9247 te zijn (sterk verband), terwijl de correlatie tussen gewicht en lengte slechts 0,2124 bedraagt (zwak verband).

Bij vijftien kenmerken zijn er $15 \times \frac{14}{2} = 105$ correlatiecoëfficiënten om uit te rekenen. Voorwaar een hele klus,

als je weer bedenkt dat het computertijdperk nog maar nauwelijks begonnen was, en dat er 5001 vrouwen meededen (er zijn alles bij elkaar dus ruim 75.000 metingen gedaan). Het boek bevat een imposant rekenschema met daarin alle tussenstappen die nodig zijn om tot de juiste resultaten te komen. Een stukje van het resultaat van deze rekenpartij, de tabel met correlatiecoëfficiënten, staat hieronder (in werkelijkheid is deze tabel dus 15 bij 15).

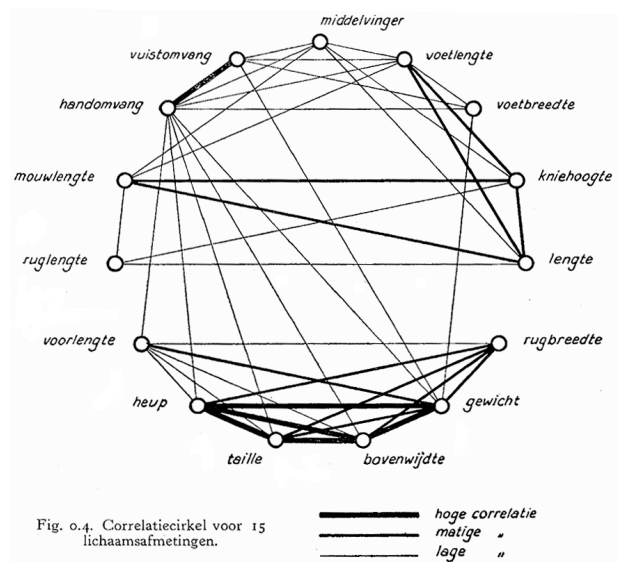
	Gew.	Lengte	Bovenw.	Taille	Heup	Voorl.	Rugl.
Gewicht		.2124	.8768	.8422	.9247	.6948	.2582
Lengte	.2117		-.0779	-.1578	-.0107	.2988	-.5933
Bovenwijdte	.8697	-.0771		.9180	.8699	.6605	-.0742
Taille	.8372	-.1564	.9058		.8967	.5257	-.0317
Heup	.9130	-.0105	.8526	.8807		.5354	-.1124
Voorlengte	.6012	.2578	.5673	.4525	.4578		.4105
Ruglengte	.2255	-.5169	-.0644	-.0276	-.0970	.3105	

figuur 6: enkelvoudige correlatiecoëfficiënten

Nadere bestudering van deze tabel leert, dat er vrij hoge waarden voorkomen (zeg meer dan 0,8), maar ook hele lage waarden en zelfs waarden die licht negatief zijn.

Nu is de volledige tabel nogal een cijferbrij, en je kunt je afvragen of dezelfde gegevens niet op enigerlei wijze aardig te visualiseren zijn.

In het boek staat een prachtig antwoord op deze vraag, de *correlatiecirkel* zoals Freudenthal die noemt. Het is een graaf, waarbij de punten de vijftien lichaamskenmerken voorstellen, en de verbindingen de correlaties daartussen. Hierbij is de ligging van de punten zodanig gekozen, dat er als het ware vanzelf ‘clusters’ van samenhangende lichaamsmaten zichtbaar worden.



figuur 7: correlatiecirkel

Hiermee zijn we weer terug bij de eerdergemaakte opmerking dat de lichaamsmaten opgedeeld kunnen

worden in twee groepen: lengte- en diktematen. Het onderste deel van de graaf geeft zo de diktematen weer (met heup, taille, gewicht en bovenwijdte in de hoofdrol), het bovenste deel de lengtematen. En passant lezen we af dat vuistomvang en voetslengte laag correleren, dus hoezo het gebruik om een sok om je vuist te winden voor het bepalen van de juiste maat bij het kopen van sokken?

Correlatiecoëfficiënten zijn een maat voor samenhang, maar over hoe een mogelijk verband eruit kan zien, doen zij geen uitspraak. Daarvoor hebben we regressielijnen nodig. Bijvoorbeeld de regressielijnen voor heupomvang (H) en gewicht (G) zijn:

$$H = 0,767G + 53,876$$

$$G = 1,069H - 45,564$$

Bij een gewicht van 66,8 kg is de voorspelde heupomvang volgens de eerste vergelijking 105,1 cm. Aan de lezers van dit artikel de taak om na te gaan of deze regressielijnen anno 2005 nog steeds zo'n beetje kloppen! In totaal zijn er 210 regressielijnen op te stellen (dus niet 105, zoals bij de correlatiecoëfficiënten, want de twee bovenstaande vergelijkingen zijn wezenlijk verschillend).

6 Eéndimensionaal maatsysteem

Na al deze analyses van het cijfermateriaal wordt het tijd om terug te keren naar de oorspronkelijke probleemstelling: het ontwerpen van een maatsysteem voor confectiekleding. De regressielijnen kunnen we hierbij goed gebruiken, want die bieden immers de mogelijkheid om uit één maat de andere maten te voorspellen. Je zou bijvoorbeeld de heupomvang als uitgangspunt kunnen nemen, om vervolgens met behulp van regressie op de heup zo goed mogelijke waarden te vinden voor de andere lichaamsmaten. De confectie-industrie gaat met zo'n rijtje waarden aan de slag en maakt er een leuk confectiejurkje bij. Nog een indeling in klein-middel-groot erbij (of iets dergelijks) en klaar is kees.

De cruciale vraag is nu, welke lichaamsmaat het beste als uitgangspunt genomen kan worden. Een gangbaar criterium in de statistiek bij dit soort vraagstukken is om te proberen de som van de residuen die overblijven na regressie zo klein mogelijk te krijgen. Het voert te ver om dit hier verder uit te werken, en bovendien is men deze weg ook helemaal niet opgegaan in het Bijenkorfonderzoek.

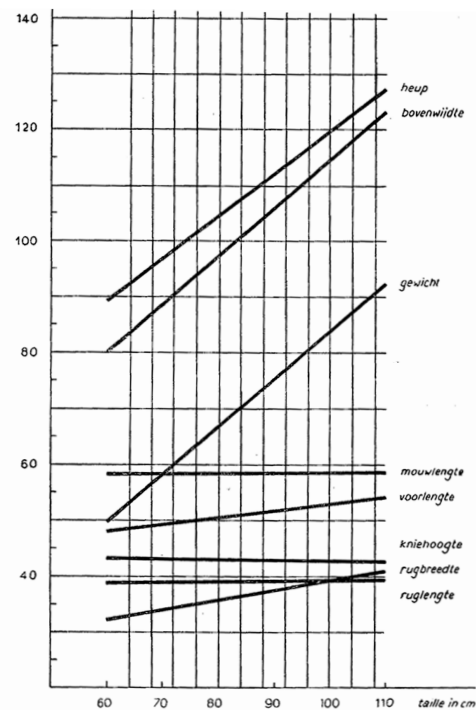
In dit onderzoek is een heel ander criterium gekozen: *het minimaliseren van de pompkosten*. Dit zijn de kosten die gemaakt moeten worden om een confectiekledingstuk passend te maken in het geval de maten van de klant toch te veel afwijken van de standaardmaten. De coupeur moet dan aan de slag en dat kost tijd en dus geld. Het uitleggen van een mouwtje zal zo duur niet zijn, maar het veranderen van de rugbreedte is een ingewikkelde zaak.

In het onderzoek is aan een groot aantal coupeurs gevraagd wat de kosten van pompwerk zijn. Daar kwam

na een serie ingewikkelde berekeningen uit dat de te verwachten gemiddelde pompkosten per japon het laagste zijn in het geval de taille als verklarende afmeting voor het maatsysteem wordt gekozen. Zodoende vormen de regressievergelijkingen op de taille een geschikte basis voor het nieuwe (ééndimensionale) maatsysteem. De belangrijkste vergelijkingen zijn:

Bovenwijdte:	$B = 0,86 T + 28,6$
Heupomvang:	$H = 0,76 T + 43,6$
Voorlengte:	$V = 0,12 T + 41,2$
Ruglengte:	$Rl = 0,006T + 38,6$
Rugbreedte:	$Rb = 0,18 T + 21,8$
Gewicht:	$G = 0,85 T - 1,59$
Lengte:	$L = -0,095 T + 170,2$

Moet er bijvoorbeeld een confectiejurkje ontworpen worden voor taillemaat 64 cm, dan rollen de andere maten eenvoudigweg uit deze regressievergelijkingen (waarbij Gewicht overigens niet van belang is voor de fabriek, maar dat terzijde). De onderstaande figuur brengt dit nog eens in beeld:

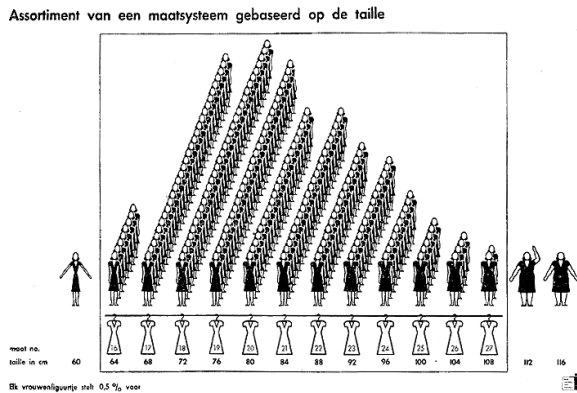


figuur 8: regressielijnen op de taille

Wie denkt dat we er dan nu uit zijn, heeft het mis. Want er moet natuurlijk ook nog aan de fabriek opgegeven worden *hoeveel exemplaren* er van elk jurkje (of ander kledingstuk) gemaakt moeten worden. De medewerker inkoop wil immers niet met al te veel winkeldochters blijven zitten aan het eind van het seizoen.

Het bepalen van deze aantallen is gelukkig relatief eenvoudig: dit kan gebaseerd worden op de frequentieverdeling van de taille zoals die uit het onderzoek naar voren kwam (zie fig.4).

De onderstaande figuur laat zien wat er dan uiteindelijk in de rekken komt te hangen. In principe ligt er hiermee een voorstel voor een maatsysteem: neem de taille als basis, dan zijn er minimale pompkosten.



figuur 9: assortiment gebaseerd op taille

7 Tweedimensionaal maatsysteem

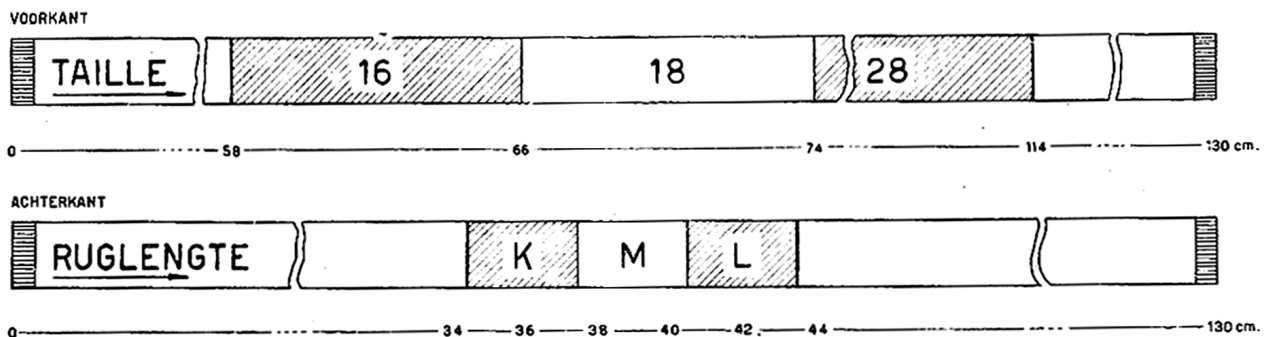
Een beperking van dit systeem is dat er maar één lichaamsmaat in verwerkt zit, waardoor de kleding toch nog vrij vaak niet goed zal passen. Fraaier is om met een tweedimensionaal maatsysteem te werken.

Vanuit deze gedachte kan de hele cyclus opnieuw doorlopen worden: ga na bij welke verklarende afmetingen de pompkosten minimaal zijn en kies die als uitgangspunt voor het systeem. Een combinatie van een lengtemaat met een breedtemaat ligt daarbij het meeste voor de hand. Zo blijkt het ook uit te pakken: de combinatie taille-ruglengte geeft de laagste pompkosten.

De berekeningen worden wel een stuk bewerklijker. Zo moeten er regressielijnen bepaald worden op twee variabelen in plaats van op één (multipel regressie). Bijvoorbeeld de regressielijn voor de bovenwijdte (bij regressie op taille en ruglengte) luidt:

$$Bw = 0,84 T + 0,22 Ri + 22$$

Verder moet bepaald worden hoeveel verschillende maten men toe wil staan in het systeem.

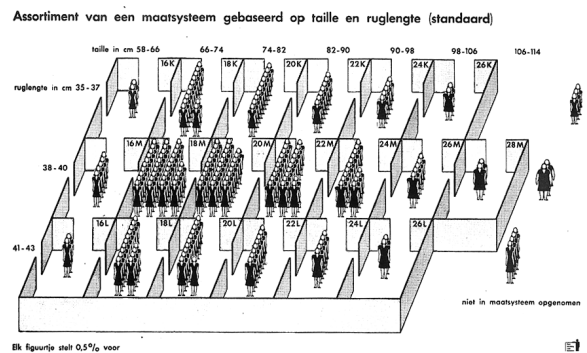


figuur 11: meetlint voor maatsysteem 'Standaard'

In figuur 10 neemt de taille met sprongetjes van 8 cm toe en de ruglengte met sprongetjes van 4 cm.

Elk hokje brengt een combinatie van die twee in beeld, voorzien van een maataanduiding (linksboven 16K voor het kleinste maatje, behorend bij ruglengte 35-37 cm en taille 58-66 cm). Uitgaande van drie maten voor de ruglengte (K, M en L) en zeven maten voor de taille (16, 18, 20, 22, 24, 26 en 28) zijn er nu 21 confectiematen gedefinieerd. Dit maatsysteem wordt 'Standaard' genoemd.

Deze figuur toont ook weer hoeveel er ingekocht moet worden van elke maat. Veel van de courante maten in het midden, weinig van de minder courante maten en helemaal niets van de exceptionele maten (vertegenwoordigd door de dames rechts die buiten de hokjes vallen; zij zullen op zoek moeten naar maatwerk voor zichzelf).



figuur 10: assortiment 'Standaard' gebaseerd op taille en rug

Ook deze figuur hangt zichtbaar samen met figuur 4: het kenmerkende scheef naar rechts van de tailleverdeling komt terug in deze afbeelding.

Voor de klant is er aldus heel wat keus. Een goed advies van de verkoper, opdat de klant door de bomen het bos nog ziet, lijkt daarom niet overbodig. Om het de verkoper makkelijk te maken, is ook een meetlint ontworpen (fig.11). Aan de voorkant staat de maataanduiding voor de taille, waarbij maatje 16 correspondeert met een tailleomvang van 58-66 cm. Aan de achterkant zijn de maten voor de ruglengte weergegeven.

8 Ten slotte

Anno 2005 is 'De juiste maat' nog steeds een boek om van te smullen. Het zou verplichte, maar zeker aangename kost kunnen zijn voor elke docent statistiek (en ook voor de docent wiskunde die wel eens zijn neus ophaalt voor statistiek).

Niet alleen om het onderzoek naar de lichaamsafmetingen en alles wat daar verder mee gedaan wordt, maar

ook om de vele columnachtige uitstapjes over algemene principes van statistiek en kansrekening die erin staan.

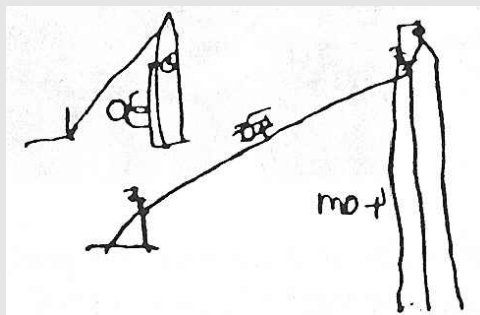
Veel ideeën waar Freudenthal later zo bekend mee is geworden, zijn in de kiem al terug te vinden in dit boek. En wie eerder aan zijn of haar leerlingen denkt dan aan zichzelf: voor praktische opdrachten bevat dit boek eveneens prachtig materiaal!

Wie meer wil weten: h.verhage@fi.uu.nl

Hans Freudenthal cooperated in the optimizing of ready-to-wear clothes sizes for a Dutch warehouse. Together with J. Sittig he wrote a book with the title 'The perfect size'. Despite the fact that the book was published in 1951, and the optimum of the sizes has changed, the way the data of 5000 women are treated statistically is still very up-to-date according to Heleen Verhage.

Wandelingen met Bastiaan

Bastiaan (7,6). De hoogte van een kerktoren (en apart van de klok) wordt vi-serend gemeten: vergeleken met een stok op een muur geplaatst, op een - afgestapte - afstand van de kerk.



(Appels en peren / wiskunde en psychologie. Apeldoorn: Van Walraven, 71)